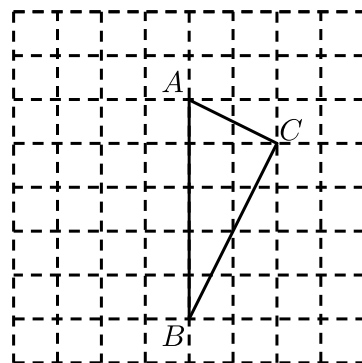


第2讲 格点问题进阶

一、作平行、垂直

例题1

1. 如图，在由边长为1的小正方形组成的网格图中，有一个格点三角形 ABC 。（注：顶点均在网格线交点处的三角形称为格点三角形。）



- (1) $\triangle ABC$ 是 _____ 三角形（填“锐角”“直角”或“钝角”）。
- (2) 若 P 、 Q 分别为线段 AB 、 BC 上的动点，当 $PC + PQ$ 取得最小值时。
- ① 在网格中用无刻度的直尺，画出线段 PC 、 PQ 。（请保留作图痕迹。）
- ② 直接写出 $PC + PQ$ 的最小值： _____ 。

【答案】(1) 直角

(2) ① 画图见解析。

② $\frac{8}{5}\sqrt{5}$

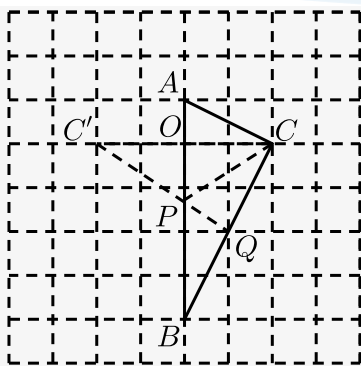
【解析】(1) $\because AC = \sqrt{5}$, $BC = 2\sqrt{5}$, $AB = 5$,

$$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ.$$

故答案为：直角。

(2) ① 线段 PC 、 PQ 如图所示：

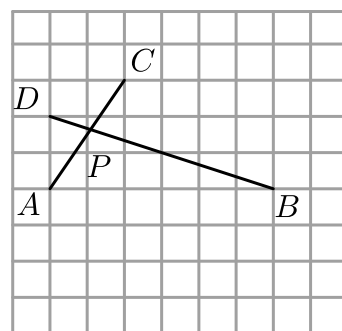


- ② 设 AB 交 CC' 于 O ,
 由 $\triangle AOC \sim \triangle CQC'$,
 可得 $\frac{CC'}{AC} = \frac{C'Q}{CO}$,
 $\therefore C'Q = \frac{8}{5}\sqrt{5}$,
 $\therefore PC + PQ$ 的最小值 $= C'Q = \frac{8}{5}\sqrt{5}$.
 故答案为 : $\frac{8}{5}\sqrt{5}$.

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

练习1

2. 如图，在每个小正方形边长为1的网格中，点 A, B, C, D 均在格点上， AC, BD 交于点 P .



- (1) $\tan \angle ABD$ 的值为 _____ .
 (2) 若点 M 在线段 AB 上，当 $PM + \frac{\sqrt{2}}{2}BM$ 取得最小值时，请在如图所示的网格中用无刻度的直尺，画出点 M ，并简要说明点 M 的位置是如何找到的（不要求证明） .

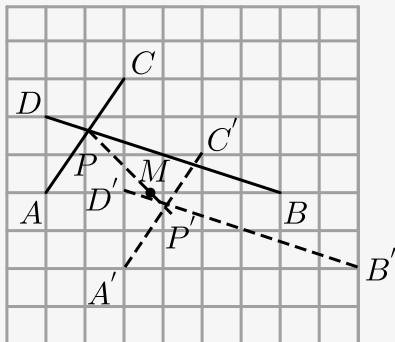
【答案】(1) $\frac{1}{3}$

- (2) 画图见解析；取格点 A', B', C', D' ,
 连接 $A'C', B'D'$, $A'C'$ 与 $B'D'$ 相交，得点 P' ,
 连接 PP' , 与 AB 相交，得点 M , 点 M 即为所求 .

【解析】(1) 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中： $AB = 6$ ， $AD = 2$ ，

$$\therefore \tan \angle ABD = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}.$$

(2) 取格点 A' ， B' ， C' ， D' ，

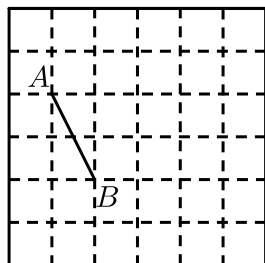


连接 $A'C'$ ， $B'D'$ ， $A'C'$ 与 $B'D'$ 相交，得点 P' ，
连接 PP' ，与 AB 相交，得点 M ，点 M 即为所求。

【标注】【知识点】网格中的锐角三角函数

|| 例题2

3. 如图，将线段 AB 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 均落在格点上。



(1) AB 的长等于 _____。

(2) 请在如图所示的网格中用无刻度的直尺，画出一个以线段 AB 为边长、周长为 $6\sqrt{5}$ 的矩形 $ABCD$ ，并简要说明画图的方法（不要求证明）_____。

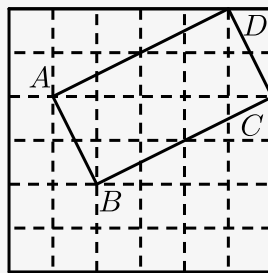
【答案】(1) $\sqrt{5}$

(2) 取格点 C 、 D ，连接 AD ， CD ， BC ，矩形 $ABCD$ 即为所求

【解析】(1) $AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ 。

(2) 取格点 C 、 D ，连接 AD ， CD ， BC ，矩形 $ABCD$ 即为所求，

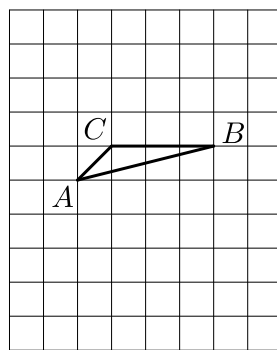
$$\begin{aligned} AB \text{ 的邻边长} &= \frac{6\sqrt{5}}{2} - \sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{5}. \end{aligned}$$



【标注】【知识点】巧用网格作无理数边长

练习2

4. 如图，将 $\triangle ABC$ 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 、 C 均落在格点上。



(1) 计算 $AC^2 + BC^2$ 的值等于_____。

(2) 请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出一个以 AB 为一边的矩形，使矩形的面积等于 $AC^2 + BC^2$ ，并简要说明画图方法（不要求证明）。

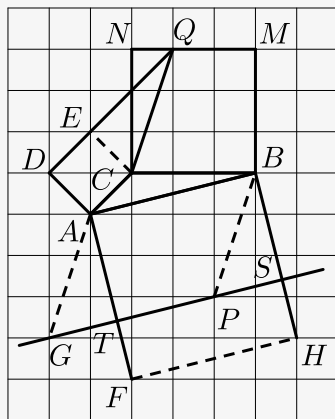
【答案】(1) 11

(2) 作图见解析。

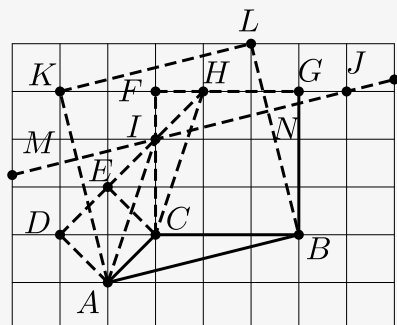
【解析】(1) 由勾股定理可知 $AC^2 = 1^2 + 1^2 = 2$ ， $BC^2 = 3^2 = 9$ ， $AC^2 + BC^2 = 11$ 。

(2) 方法一：分别以 AC 、 BC 、 AB 为一边作正方形 $ACED$ ，正方形 $BCNM$ ，正方形 $ABHF$ ；

延长 DE 交 MN 于点 Q ，连接 QC ，平移 QC 至 AG ， BP 位置，直线 GP 分别交 AF ， BH 于点 T ， S ，则四边形 $ABST$ 即为所求。

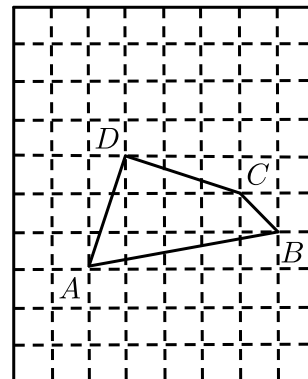


方法二：取格点 D 、 E 分别连接 AD 、 DE 、 CE ，
取格点 F 、 G 分别连接 CF 、 FG 、 GB ，
取格点 K 、 L ，分别连接 AK 、 KL 、 LB ，
连接 EH 与 FC 交于 I 点，
取格点 J ，连接 IJ ，分别与 AK 、 BL 交于 M 、 N ，
矩形 $ABNM$ 即为所求。



【标注】【知识点】勾股定理的综合应用

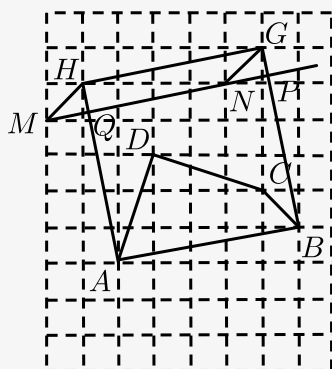
5. 如图，将四边形 $ABCD$ 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 、 C 、 D 均落在格点上。



- (1) 计算 $AD^2 + DC^2 + CB^2$ 的值等于_____。
- (2) 请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出一个以 AB 为一边的矩形，使该矩形的面积等于 $AD^2 + DC^2 + CB^2$ ，并简要说明画图方法（不要求证明）_____。

【答案】(1) 22

(2) 如图，以 AB 为边作正方形 $ABGH$ ，再作平行四边形 $HMNG$ ，直线 MN 交 AH 于 Q 点，交 GB 于 P 点，矩形 $ABPQ$ 即为所求。



【解析】(1) $\because AD^2 = 3^2 + 1^2 = 10$, $DC^2 = 3^2 + 1^2 = 10$, $CB^2 = 1^2 + 1^2 = 2$,

$$\therefore AD^2 + DC^2 + CB^2 = 10 + 10 + 2 = 22.$$

$$(2) \because S_{\text{四边形}HMNG} = 2 \times 6 - 2 \times \left(\frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} \times 5 \times 1 \right) = 4,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}HQNG} = S_{HMNG} = 4,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}ABGH} = (\sqrt{26})^2 = 26,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}ABPQ} = 26 - 4 = 22,$$

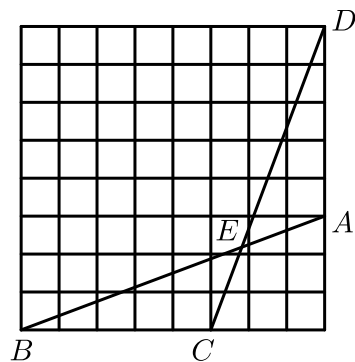
所以画出的矩形 $ABPQ$ 的面积等于 $AD^2 + DC^2 + CB^2$ 。

【标注】【知识点】平行四边形性质综合应用

二、作等分点

例题3

6. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A, B, C, D 均在格点上， AB 与 CD 相交于点 E 。



(1) CD 的长等于 _____。

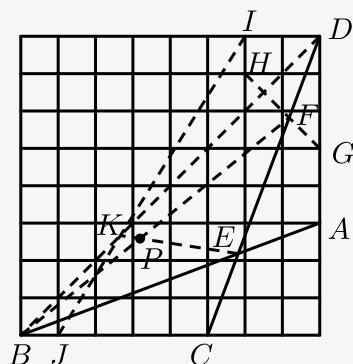
- (2) F 是线段 DE 上一点, 且 $3EF = 5FD$, 在线段 BF 上有一点 P , 满足 $\frac{BP}{PF} = \frac{4}{5}$, 请在如图所示的网格中, 用无刻度的直尺, 画出点 P , 并简要说明点 P 的位置是如何找到的 (不要求证明)

【答案】(1) $\sqrt{73}$

- (2) 取格点 G, H , 连接 GH , 与 CD 相交于点 F , 连接 BF, BD . 取格点 I, J , 连接 IJ , 与 BD 交于点 K , 连接 EK , 与 BF 相交, 得点 P

【解析】(1) $CD = \sqrt{3^2 + 8^2}$
 $= \sqrt{9 + 64}$
 $= \sqrt{73}$.

- (2) 如图,



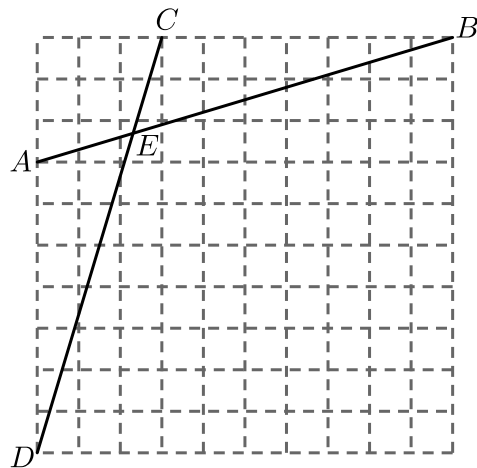
取格点 G, H , 连接 GH , 与 CD 相交于点 F , 连接 BF, BD .

取格点 I, J , 连接 IJ , 与 BD 交于点 K , 连接 EK , 与 BF 相交, 得点 P , 点 P 即为所求.

【标注】【知识点】直接用勾股求边长

练习3

7. 如图, 在每个小正方形的边长为1的网格中, 点 A, B, C, D 均在格点上, AB 与 CD 相交于点 E .



(1) AB 的长等于 _____ .

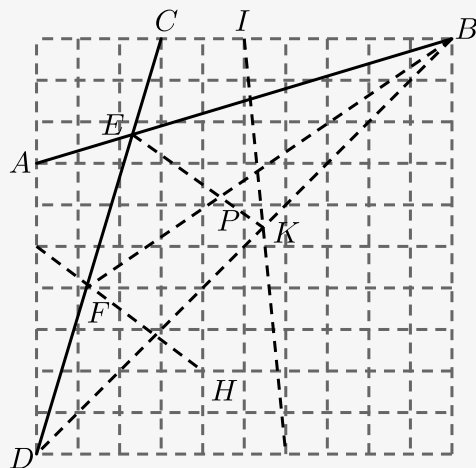
(2) 点 F 是线段 DE 的中点, 在线段 BF 上有一点 P , 满足 $\frac{BP}{PF} = \frac{5}{3}$, 请在如图所示的网格中, 用无刻度的直尺画出点 P , 并简要说明点 P 的位置是如何找到的(不要求证明) _____ .

【答案】 (1) $\sqrt{109}$

(2) 画图见解析.

【解析】 (1) $AB = \sqrt{3^2 + 10^2} = \sqrt{109}$.

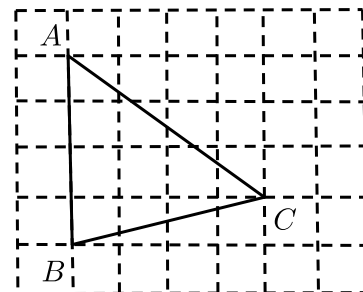
(2) 如图, 取格点 G, H , 连接 GH , 与 CD 相交于点 F , 连接 BF, BD , 取格点 I, J , 连接 IJ , 与 BD 交于点 K , 连接 EK , 与 BF 相交, 得点 P , 点 P 即为所求.



【标注】 【知识点】比例的综合应用

|| 例题4

8. 如图, 在每个小正方形的边长为1的网格中, 点 A, B, C 均在格点上.



(1) AC 的长等于 _____ .

(2) 在线段 AC 上有一点 D , 满足 $AB^2 = AD \cdot AC$, 请在如图所示的网格中 , 用无刻度的直尺 , 画出点 D , 并简要说明点 D 的位置是如何找到的 (不要求证明) _____ .

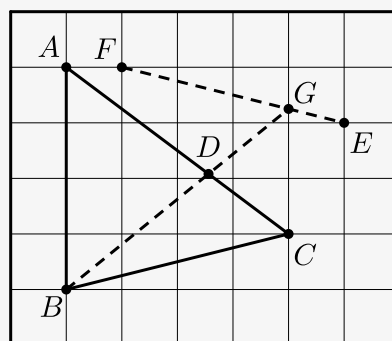
【答案】 (1) 5

(2) 画图见解析 , 连接 EF 与网格交于点 G , 连接 BG 与 AC 交于点 D , D 点为所求 .

【解析】 (1) $AC = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

(2) 如图 , 连接 EF 与网格交于点 G , 连接 BG 与 AC 交于点 D , D 点为所求 ,

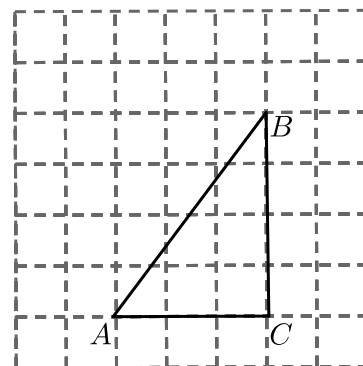
$$\begin{aligned} \because AB = 4, CG = \frac{9}{4}, \\ \therefore \frac{AB}{CG} &= \frac{16}{9}, \\ \therefore \frac{AD}{AC} &= \frac{16}{25}, \\ \because AC &= 5, \\ \therefore AD &= \frac{16}{5}. \end{aligned}$$



【标注】【知识点】比例的综合应用

练习4

9. 如图 , 将 $\triangle ABC$ 放在每个小正方形的边长为1的网格中 , 点 A , 点 B , 点 C 均落在格点上 .



(1) 计算 $\triangle ABC$ 的周长等于 _____ .

- (2) 点 P , 点 Q (不与 $\triangle ABC$ 的顶点重合) 分别为边 AB , BC 上的动点, $4PB = 5QC$, 连接 AQ , PC . 当 $AQ \perp PC$ 时, 请在如图所示的网格中, 用无刻度的直尺, 画出线段 AQ , PC , 并简要说明点 P , Q 的位置是如何找到的 (不要求证明) .

【答案】 (1) 12

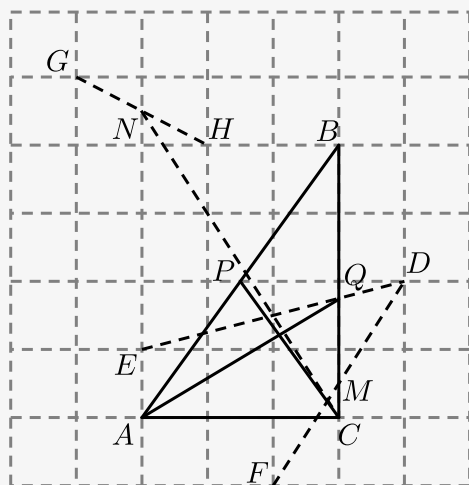
(2) 画图见解析 .

【解析】 (1) $AC = 3$, $BC = 4$,

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{AC^2 + BC^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ &= 5, \end{aligned}$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长} = AC + BC + AB = 3 + 4 + 5 = 12 .$$

- (2) 取格点 D , E , F , G , H , 连接 DE 与 BC 交于点 Q , 连接 DF 与 BC 交于点 M , 连接 GH 与格线交于点 N , 连接 MN 与 AB 交于点 P , 连接 CP , AQ 即为所求 .



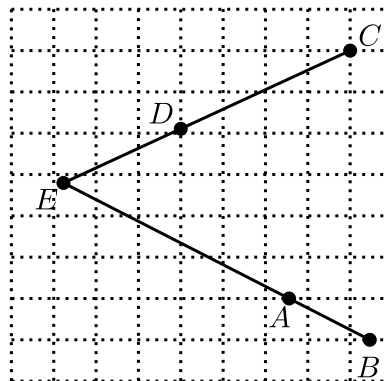
【标注】 【能力】推理论证能力

【能力】运算能力

【知识点】坐标与距离

【知识点】作一条线段等于已知线段

10. 如图, 在每个小正方形的边长为1的网格中, A , B 为小正方形边的中点, C , D 为格点, E 为 BA , CD 的延长线的交点 .



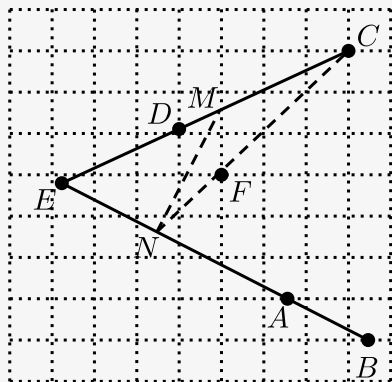
- (1) CD 的长等于 _____ .
- (2) 若点 N 在线段 BE 上, 点 M 在线段 CE 上, 且满足 $AN = NM = MC$, 请在如图所示的网格中, 用无刻度的直尺, 画出线段 MN , 并简要说明点 M, N 的位置是如何找到的(不要求证明) _____ .

【答案】 (1) $2\sqrt{5}$.

(2) 见解析

【解析】 (1) 由勾股定理可得 $CD = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$.

- (2) 找到特殊点, M 为小正方形边的中点, N 为小正方形的中心, 得点 M, N 得水平距离为 $\frac{3}{2}$, 垂直距离为 3 , 同样, 点 C 和点 M , 点 A 和点 N , 它们得水平距离都是 3 , 垂直距离都是 $\frac{3}{2}$, 所以 $CM = MN = AN = \sqrt{3^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}\sqrt{5}$.



【标注】 【知识点】勾股数

【知识点】勾股树

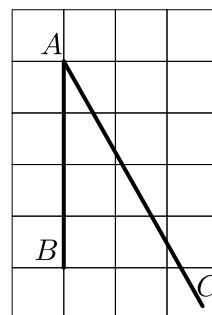
【知识点】作一条线段等于已知线段

【能力】分析和解决问题能力

三、作角平分线

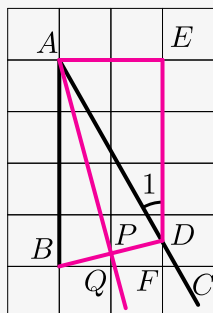
例题5

11. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中， A, B 为格点， $\angle BAC = 30^\circ$ ，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出 $\angle BAC$ 的平分线 AP ，并简要说明点 AP 的位置是如何找到的（不要求证明）_____。



【答案】 画图见解析， AP 是 $\angle BAC$ 的角平分线。

【解析】 设 AC 与网格交于点 D （如图），



连接 BD ，交网格于点 P ，

作射线 AP 即为 $\angle BAD$ 的角平分线，

易得 $\angle 1 = \angle BAD = 30^\circ$ ，

（两直线平行，内错角相等），

则 $AD = 2AE = 4 = AB$ ，

（直角三角形中 30° 角所对的边是斜边的一半），

$\therefore \triangle ABD$ 是等腰三角形，

在 $\triangle BFD$ 中， $BQ = QC = 1$ ， $PA \parallel FD$ ，

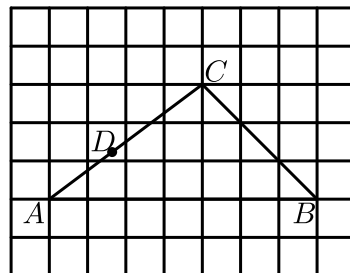
所以 $BP = PD$ ，

所以 AP 是 $\angle BAC$ 的角平分线。

【标注】【知识点】角分线性定理

练习5

12. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中， $\triangle ABC$ 的顶点 A 、 B 、 C 均在格点上， D 为 AC 边上的一点。

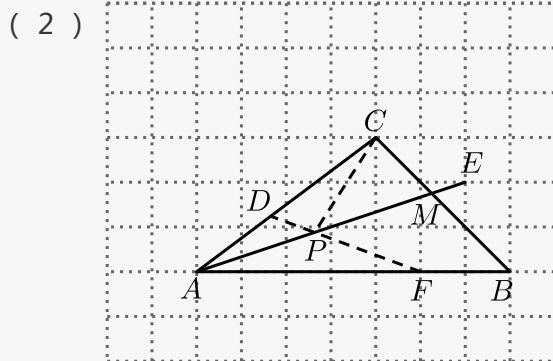


- (1) 线段 AC 的值为 _____ .
- (2) 在如图所示的网格中， AM 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，在 AM 上求一点 P ，使 $CP + DP$ 的值最小，请用无刻度的直尺，画出 AM 和点 P ，并简要说明 AM 和点 P 的位置是如何找到的（不求证明） _____ .

【答案】 (1) 5

- (2) 画图见解析；取格点 E ，连接 AE 交 BC 于 M ，取格点 F ，连接 DF 交 AM 于点 P ，点 P 即为所求。

【解析】 (1) 5.



如图，

取格点 E ，连接 AE 交 BC 于 M ，

取格点 F ，连接 DF 交 AM 于点 P ，

点 P 即为所求。

【标注】【能力】分析和解决问题能力

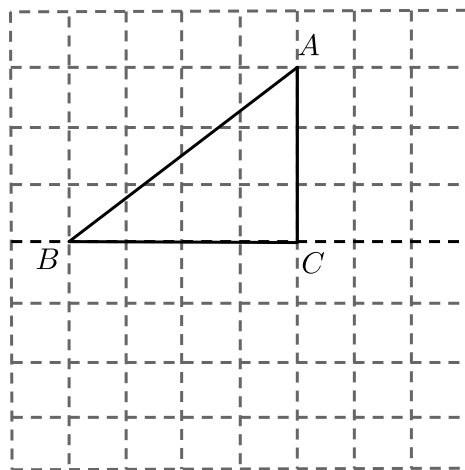
【知识点】作轴对称变换

【知识点】勾股定理的综合应用

四、作垂直平分线

例题6

13. 在如图所示的网格中，每个小正方形的边长都为1，点 A ， B ， C 均为格点，



- (1) $\triangle ABC$ 的面积等于 _____ .
- (2) 请借助无刻度的直尺，从如图所示的网格中画出 $\triangle ABC$ 的角平分线 BD 的垂直平分线，并简要说明你是怎么画出来的： _____ .

【答案】(1) 6

(2) 取格点 E ，连接 AE ，取格点 N ，连接 NC 与 AE 交于 D 点，连接 BD ，取格点 F 与 I ，连接 IF ，取格点 Q ，连接 DQ ，交 AB 于 M 点，取格点 P ，连接 DP 交 BC 于 G 点，连接 MG ，即为所求．

【解析】(1) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times AC = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$.

(2)

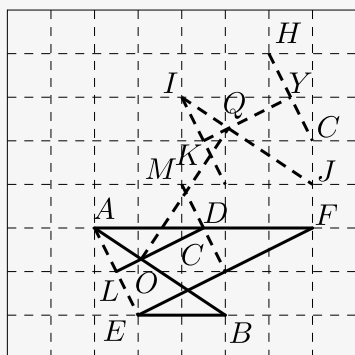
(2) 请在如图所示的网格中，运用无刻度直尺，画出线段 AC 的垂直平分线，并简要说明画图方法（不要求证明）_____。

【答案】 (1) $\sqrt{13}$

(2) 连接 AE 得 L ，连接格点 MN 得 D ，连接 LD 交 AC 于 O ，连接格点 IY 得 K ，连接格点 HC 得 Y ，连接格点 IJ ，连接格点 KY 交 IJ 于 Q ，连接 OQ ， OQ 即为线段 AC 的垂直平分线

【解析】 (1) 由勾股定理可得： $AB = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ 。

(2) 连接 AE 得 L ，连接格点 MN 得 D ，连接 LD 交 AC 于 O ，连接格点 IY 得 K ，连接格点 HC 得 Y ，连接格点 IJ ，连接格点 KY 交 IJ 于 Q ，连接 OQ ， OQ 即为线段 AC 的垂直平分线。



【标注】 【知识点】作线段的垂直平分线

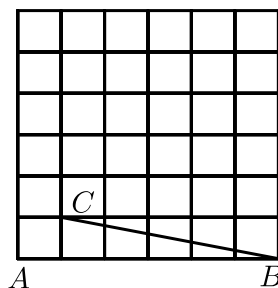
【知识点】勾股数

【知识点】直接用勾股求边长

五、与三角函数结合作角度

|| 例题7

15. 如图，是由边长相等的小正方形组成的网格，点 A ， B ， C 均在格点上，连接 BC 。



(1) $\tan \angle ABC$ 的值等于 _____ .

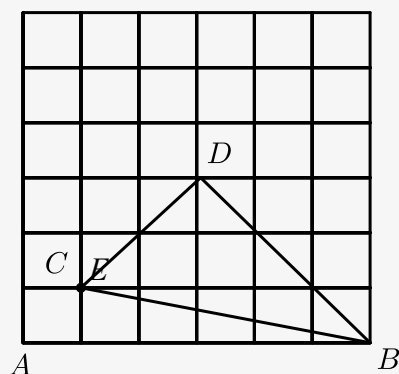
(2) 在网格中, 用无刻度的直尺, 画出 $\angle CBD$, 使 $\tan \angle CBD = \frac{2}{3}$.

【答案】 (1) $\frac{1}{5}$

(2) 画图见解析 .

【解析】 (1) 将 $\angle ABC$ 放到直角边为1和5的直角三角形中, 则根据正切定义 $\tan \angle ABC = \frac{1}{5}$.

(2) 如图, 取格点 D , 连接 BD , CD , 则 $\angle CBD$ 即为所求 .



【标注】 【知识点】 网格中的锐角三角函数

练习7

16. 图①, 图②是由边长相等的小正方形组成的网格 .

(1) 如图①, 点 A, B, C, D 均在格点上, 连接 AC, BD, CD , 则 $\tan \angle ACD$ 的值等于 _____ .

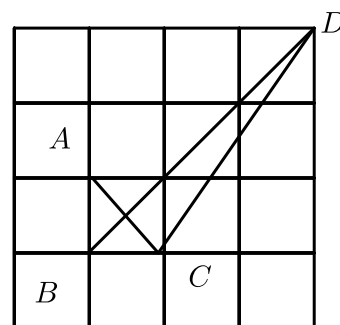
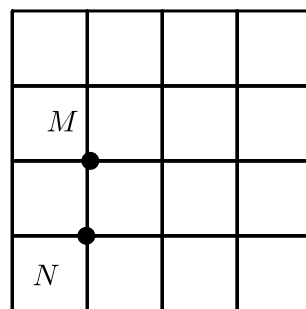


图 ①

(2) 如图②, 点 M, N 均落在格点上, 在网格中, 用无刻度的直尺, 画出 $\angle MON$, 需满足以下两个条件:

① $\tan \angle MON = 3$;

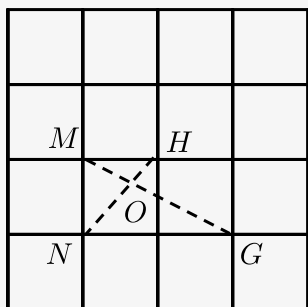
②角的顶点 O 不在网格线上；并简要说明点 O 的位置时如何找到的．（不要求证明）



图②

【答案】（1）5

（2）如图，取格点 H, G ，连接 MG, NH ，相交于点 O ， $\angle MON$ 即为所求．

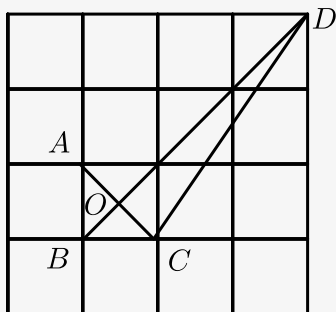


【解析】（1）如图，设 AC 与 BD 交于点 O ，设小正方形的边长为1，

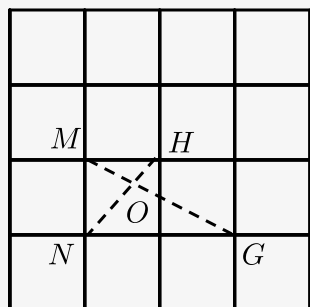
由图形性质可得 $AC \perp BD$ ，且 $OC = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $CD = \sqrt{13}$ ，

$$OD = \sqrt{CD^2 - OC^2} = \sqrt{13 - \frac{1}{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}，$$

$$\text{在Rt}\triangle OCD\text{中，}\tan \angle OCD = \frac{OD}{OC} = \frac{\frac{5\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 5。$$



（2）如图，取格点 H, G ，连接 MG, NH ，相交于点 O ， $\angle MON$ 即为所求．



【标注】【知识点】网格中的锐角三角函数

17. 如图，在由小正方形组成的网格中，点A、B均在格点上．

(1) 在图1中画出一个直角 $\triangle ABC$ ，使得点C在格点上且 $\tan \angle BAC = \frac{1}{2}$ ．

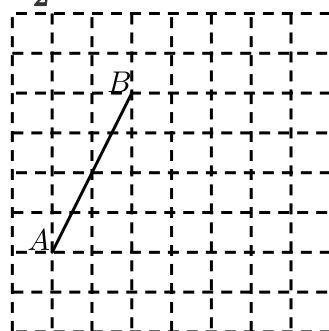


图 1

(2) 在图2中画出一个 $\triangle ABD$ ，使得点D在格点上且 $\tan \angle BAD = \frac{2}{3}$ ，请在图2所示的网格中，用无刻度的直尺，画出 $\triangle ABD$ ，并简要说明理由．

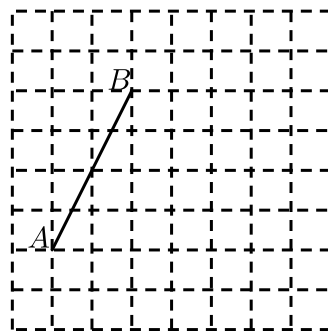
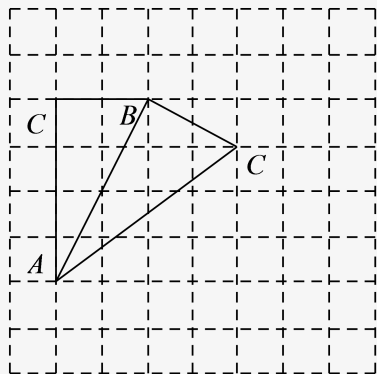


图 2

【答案】(1) 如图，选取点C，连接AC、BC，点C即为所求．

(2) 如图，选取点D，连接AD、BD，点D即为所求．理由见解析．

【解析】(1) 如图，选取点C，连接AC、BC，点C即为所求．



(2) 如图, 选取点 D , 连接 AD 、 BD , 点 D 即为所求.

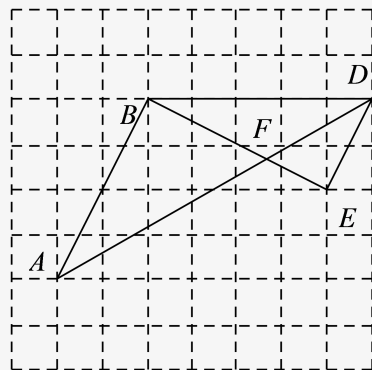
理由: 如图, $DE \parallel AB$ 且 $DE = \frac{1}{2}AB$,

$$\therefore \frac{BF}{EF} = \frac{AB}{DE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore BF = \frac{2}{3}BE,$$

$$\therefore BE = AB, BE \perp AB,$$

$$\therefore \tan \angle BAD = \frac{BF}{AB} = \frac{2}{3}.$$

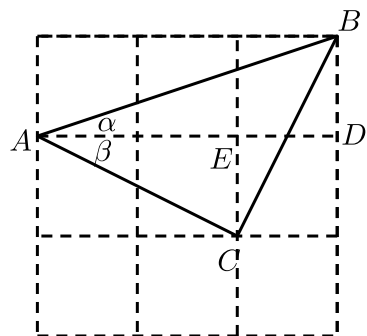


【标注】【知识点】网格中的锐角三角函数

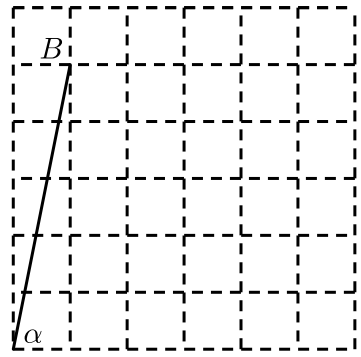
例题8

18. 回答下列问题:

(1) 如图1, 如果 α, β 都为锐角. 且 $\tan \alpha = \frac{1}{3}$, $\tan \beta = \frac{1}{2}$. 则 $\alpha + \beta =$ ____.



(2) 如果 α, β 都为锐角, 当 $\tan \alpha = 5$, $\tan \beta = \frac{2}{3}$ 时, 在图2的正方形网格中, 利用已作出的锐角 α , 画出 $\angle MON$, 使得 $\angle MON = \alpha - \beta$. 此时 $\alpha - \beta =$ ____ 度.



【答案】(1) 45°

(2) 45°

【解析】(1) 如图1中，

在 $\triangle AMC$ 和 $\triangle CNB$ 中，

$$\begin{cases} AM = CN \\ \angle AMC = \angle CNB = 90^\circ, \\ MC = BN \end{cases}$$

$\therefore \triangle AMC \cong \triangle CNB$,

$\therefore AC = BC$, $\angle ACM = \angle CBN$,

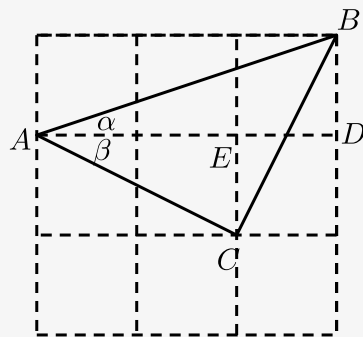
$\therefore \angle BCN + \angle CBN = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACM + \angle BCN = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAB = \angle CBA = 45^\circ$,

$\therefore \alpha + \beta = 45^\circ$.



(2) 如图2中，

$\angle MOE = \alpha$, $\angle NOH = \beta$, $\angle MON = \alpha - \beta$.

在 $\triangle MFN$ 和 $\triangle NHO$,

$$\begin{cases} MF = NH \\ \angle MFN = \angle NHO, \\ FN = OH \end{cases}$$

$\therefore \triangle MFN \cong \triangle NHO$,

$$\therefore MN = NO, \angle MNF = \angle NOH,$$

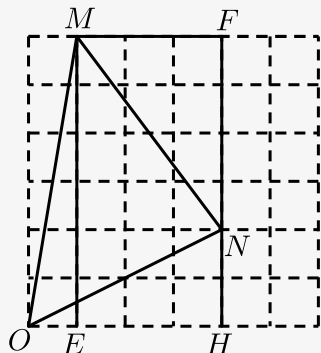
$$\therefore \angle NOH + \angle ONH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ONH + \angle MNF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MNO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle NOM = \angle NMO = 45^\circ,$$

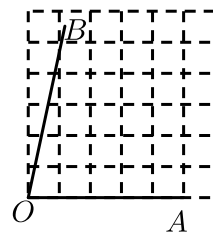
$$\therefore \alpha - \beta = 45^\circ.$$



【标注】【知识点】SAS

练习8

19. 如图，将 $\angle BOA$ 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 O 、 A 均落在格点上，角的一边 OA 与水平方向的网格线重合，另一边 OB 经过格点 B 。



- (1) $\tan \angle BOA$ 等于 _____ .
- (2) 如果 $\angle BOC$ 为 $\angle BOA$ 内部的一个锐角，且 $\tan \angle BOC = \frac{2}{3}$ ，请在如图所示的网格中，借助无刻度的直尺画出 $\angle COA$ ，使得 $\angle COA = \angle BOA - \angle BOC$ ，并简要说明 $\angle COA$ 是如何找到的（不要求证明）_____ .

【答案】(1) 5

(2) 取格点 C ，连接 OC ， $\angle COA$ 即为所求，作图见解析。

【解析】(1) 由图可知， $\tan \angle BOA = \frac{5}{1} = 5$.

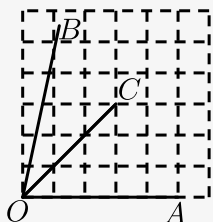
(2) 取格点 C ，可得 $OC = 3\sqrt{2}$ ， $BC = 3\sqrt{2}$ ，

且 $\angle BCO = 90^\circ$,

$$\text{所以 } \tan \angle BOC = \frac{BC}{OC} = \frac{2}{3} ,$$

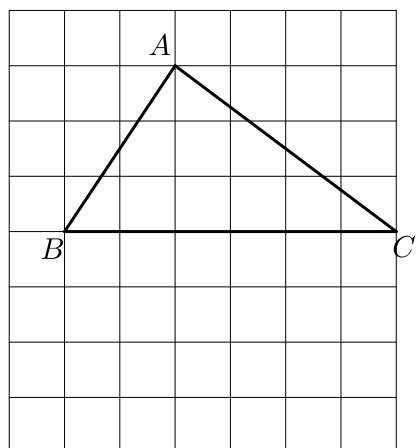
$$\angle COA = \angle BOA - \angle BOC ,$$

因此连接 OC , 所得 $\angle COA$ 即为所求 .



【标注】【知识点】网格中的锐角三角函数

20. 如图, 在每个小正方形的边长为1的网格中, $\triangle ABC$ 的顶点 A, B, C 均在格点上.



(1) AB 的长等于 _____ .

(2) 请用无刻度的直尺, 在如图所示的网格中, 画出点 E, F , 点 E 在 BC 上, 且

$BE : CE = 1 : 3$, 点 F 在 AB 上, 使其满足 $\angle CEA = \angle BEF$, 并简要说明点 E, F 的位置是如何找到的 (不要求证明) _____ .

【答案】 (1) $\sqrt{13}$

(2) 见解析

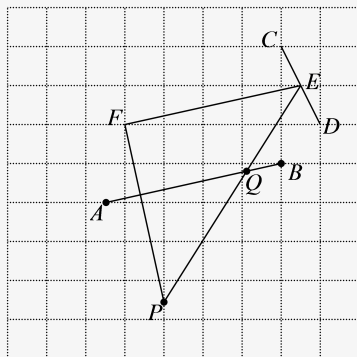
【解析】 (1) 由题意可得 :

$$AB = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} .$$

(2) 取格点 M, N , 连接 MN 与 BC 的交点即为点 E ,

连接 $A'E$ 并延长与 AB 的交点即为 F 点,

连接 AE , 则点 E, F 满足 $\angle CEA = \angle BEF$.



【标注】【知识点】角的表示方法；两点间的距离公式

练习9

22. 如图，在 6×7 的正方形的网格图中，点 A 、 B 、 C 均为格点，仅用无刻度直尺按要求作图：

(1) 在图1中，画一条射线 AM ，使 $\angle BAM = 45^\circ$ 。

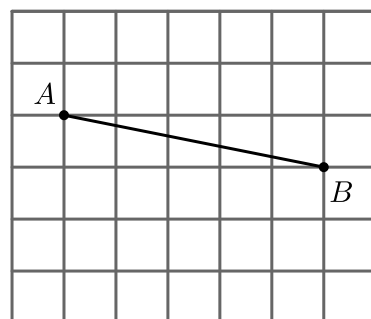


图1

(2) 在图2中，在线段 AB 上求点 P ，使 $\angle CPA = 45^\circ$ 。

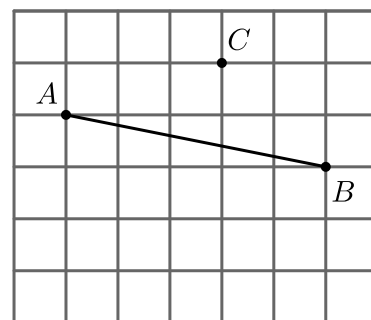


图2

【答案】(1) 画图见解析。

(2) 画图见解析。

【解析】(1)

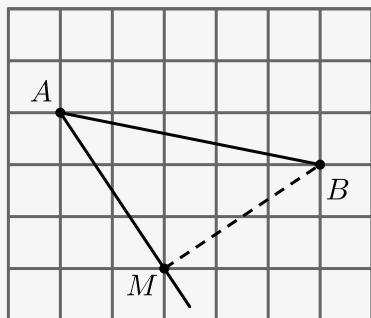


图1

$$\therefore MA = MB = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13},$$

$$AB = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26},$$

$$\therefore MA^2 + MB^2 = 26 = AB^2,$$

$\therefore \triangle MAB$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore \angle MAB = 45^\circ,$$

AM 即所求.

(2)

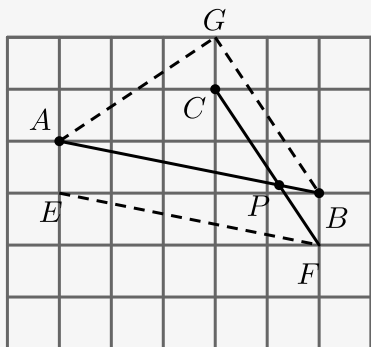


图2

$$\therefore GA^2 = GB^2 = 2^2 + 3^2 = 13,$$

$$AB^2 = 1^2 + 5^2 = 26,$$

$$\therefore GA^2 + GB^2 = AB^2,$$

$\therefore \triangle GAB$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle GBA = 45^\circ,$$

由表格可知 $AB \parallel EF$, $GB \parallel CF$,

连接 CF 交 AB 于点 P ,

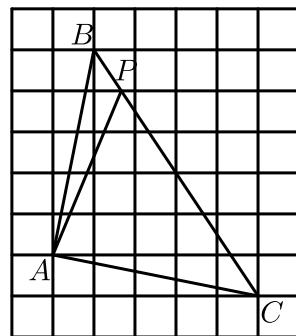
$$\therefore \angle CPA = \angle CFE = \angle GBA = 45^\circ,$$

$\therefore \angle CPA$ 即所求.

【标注】【能力】推理论证能力

【知识点】等腰直角三角形的性质

23. 如图，将 $\triangle ABC$ 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A ，点 B ，点 C 均落在格点上， P 为 BC 与网格线的交点，连接 AP 。

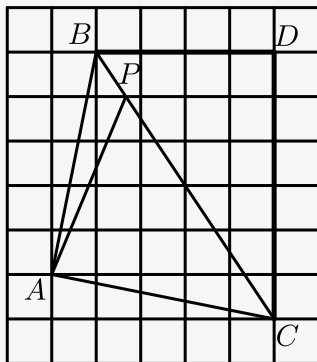


- (1) BC 的长等于 _____ .
- (2) Q 为边上 BC 上一点，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出线段 AQ ，使 $\angle PAQ = 45^\circ$ ，并简要说明点 Q 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ .

【答案】 (1) $2\sqrt{13}$

(2) PH 与 FC 交于点 O ，然后连接 AO ， AO 与 BC 的交点是点 Q

【解析】 (1) 在网格中，每个小正方形的边长为1，可以构建出直角三角形 BDC ，



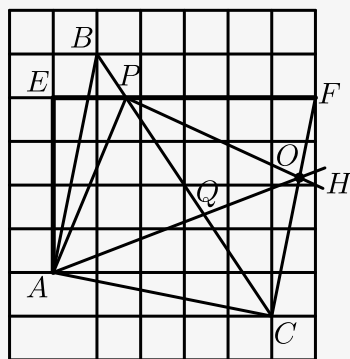
$$\because DB = 4, DC = 6, \angle BDC = 90^\circ,$$

$$\therefore BC = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}.$$

(2) 点 Q 的位置： AO 与 BC 的交点，

找到的方法：

根据题目的要求，每个小正方形的边长为1，可以构建出2个直角三角形 AEP 和直角三角形 PFH ，连接 FC ，



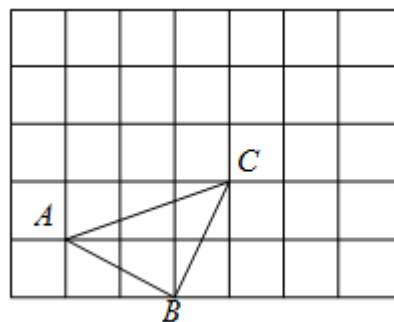
通过求出三角形的各边长，从而证明出 $\triangle AEP \sim \triangle PFH$ ，
从而知道： $\angle EAP + \angle EPA = \angle EPA + \angle FPH = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle APH = 90^\circ$ ，
所以 PH 与 FC 交于点 O ，然后连接 AO ， AO 与 BC 的交点是点 Q 。

【标注】【知识点】勾股定理的综合应用

七、构造等面积或已知面积

例题10

24. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A, B, C 均在格点上。



- (1) 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____。
- (2) 请利用网格作以 AB 为底的等腰 $\triangle ABD$ ，使 $\triangle ABD$ 的面积等于3说明你的作图方法（不要求证明）_____。

【答案】(1) $\frac{5}{2}$

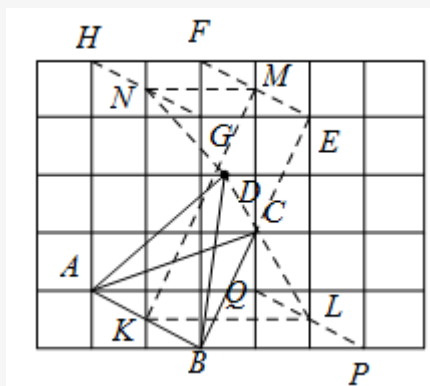
- (2) 延长 BC 得到格点 E ，作 $EF \parallel AB$ 得格点 F ， EF 与格线交于点 M ，连结 MK ，把 EF 向左平移2格得到 HG ， HG 交格线于 N ，同样把 AB 向右平移3格得到 PQ ， PQ 交格线于 L ，连结 LN 交 MK 于点，然后连结 DA, DB ，则 $\triangle ABD$ 为所作。

【解析】(1) $BC = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$,

$$\text{所以 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = \frac{5}{2};$$

故答案为 $\frac{5}{2}$.

- (2) 如图, 延长 BC 得到格点 E , 作 $EF \parallel AB$ 得格点 F , EF 与格线交于点 M , 连结 MK , 把 EF 向左平移 2 格得到 HG , HG 交格线于 N , 同样把 AB 向右平移 3 格得到 PQ , PQ 交格线于 L , 连结 LN 交 MK 于点, 然后连结 DA 、 DB , 则 $\triangle ABD$ 为所作.



【标注】【知识点】勾股定理

【知识点】平移构造特殊图形

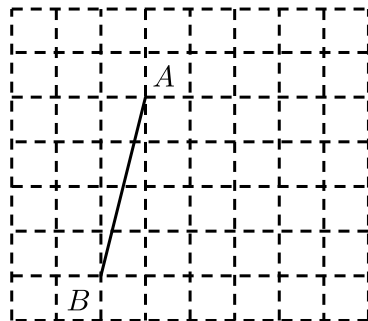
【知识点】利用轴对称设计图案

【知识点】坐标与面积

【思想】数形结合思想

练习11

25. 如图, 方格纸上的小正方形的边长均为 1 个单位长度, 点 A , B 都在格点上 (两条网格线的交点叫格点), 请用无刻度直尺完成下列问题:



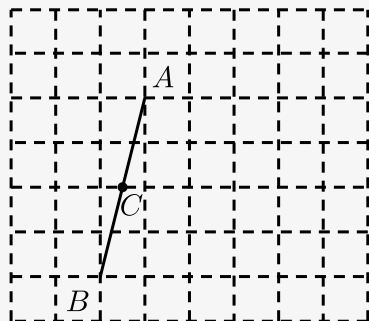
- (1) 在图中画出线段 AB 的中点 C .
- (2) 将线段 AB 绕点 A 逆时针旋转 90° , 得到旋转后的线段 AB' .
- (3) 在线段 AB' 上画出点 D , 使 $\triangle ABD$ 面积为 $\frac{34}{5}$.

【答案】(1) 画图见解析.

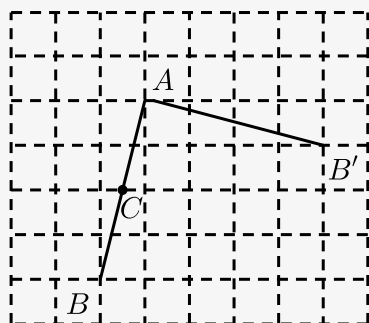
(2) 画图见解析.

(3) 画图见解析.

【解析】(1) 如图, 点 C 为所求.



(2) 如图, AB' 为所求.



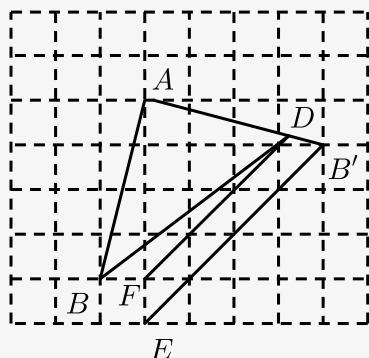
(3) 作 $AE = 5$, 直接 $B'E$, 在 AE 上取点 F 使 $AF = 4$, 过点 F 作 EB' 的平行线交 AB' 于 D ,

$\because FD \parallel BE, AB = \sqrt{17},$

$$\therefore \frac{AD}{AB'} = \frac{AF}{AE} = \frac{4}{5}, AD = \frac{4}{5}AB' = \frac{4}{5}\sqrt{17},$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times \sqrt{17} \times \frac{4}{5}\sqrt{17} = \frac{34}{5},$$

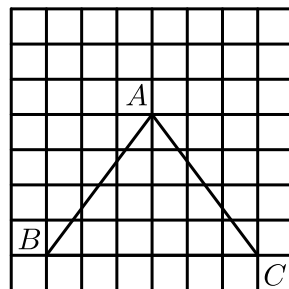
$\therefore$ 点 D 为所求.



【标注】【知识点】作出旋转后的图形

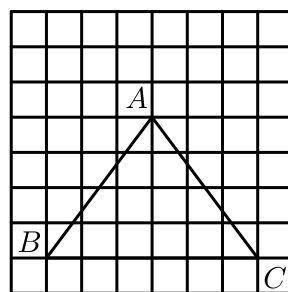
26. 如图，在正方形网格中，每个小正方形的边长都为1，请仅用无刻度的直尺分别按下列要求画图（保留画图痕迹）。

（1）图（1）中，画一条直线将 $\triangle ABC$ 的面积与周长同时平分，且分得的两个图形全等。



图(1)

（2）在图（2）中，画一条直线将 $\triangle ABC$ 的面积与周长同时平分，但分得的两个图形不相同。

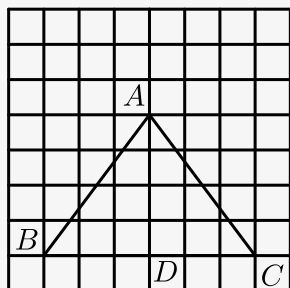


图(2)

【答案】（1）画图见解析。

（2）画图见解析。

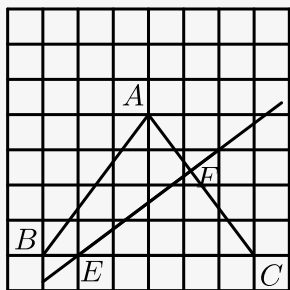
【解析】（1）如图（1），直线 AD 即为所求。



图(1)

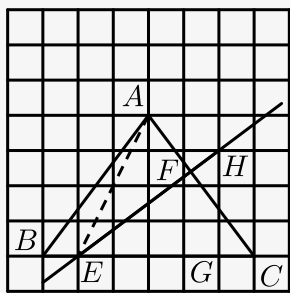
解法提示：由题图可知 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，故作底边的中线即可。

（2）如图（2），直线 EF 即为所求（答案不唯一）。



图(2)

解法提示：如图(3)，作 $\triangle EGH$ ， EH 交 AC 于点 F ，



图(3)

$$EH = \sqrt{EC^2 + GH^2} = 5 = EC, \tan \angle ACB = \frac{4}{3} = \tan \angle EHC,$$

所以 $\angle ACB = \angle EHG$ 。

又 $\angle HEG = \angle CEF$ ，所以 $\triangle EGH \cong \triangle EFC$ ，

所以 $CF = GH = 3$ ，所以 $AF = AC - CF = 2$ ，

故 EF 平分 $\triangle ABC$ 的周长。

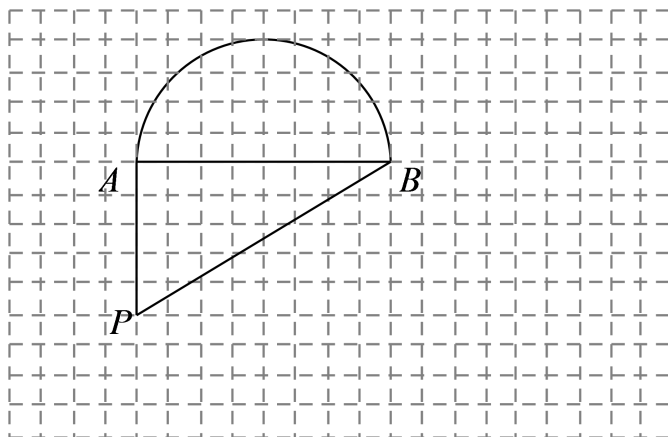
连接 AE ，易得 $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{5}S_{\triangle ACE}$ ， $3S_{\triangle AEF} = 2S_{\triangle CEF}$ ，所以

$S_{\triangle ABE} + S_{\triangle AEF} = S_{\triangle CEF}$ ，故 EF 平分 $\triangle ABC$ 的面积。

【标注】【知识点】与中线或等分线有关的等积变换

练习12

27. 在每个小正方形的边长为1的网格中，有以 AB 为直径的半圆和线段 AP ， AB 组成的一个封闭图形，点 A ， B ， P 都在网格点上。



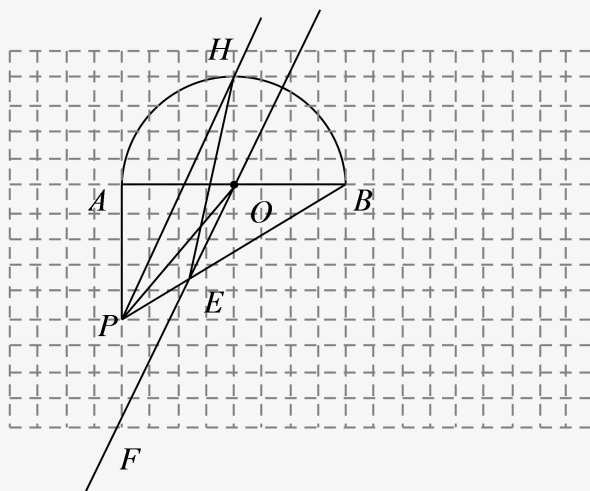
- (1) 计算这个图形的面积为 _____ .
- (2) 请在如图所示的网格中, 用无刻度直尺, 画出一条能够将这个图形的面积平分的直线, 并简要说明这条直线是如何找到的 (不要求证明) .

【答案】 (1) $20 + 8\pi$

(2) 画图见解析 .

【解析】 (1) $20 + 8\pi$.

(2) 如图, 取格点 O 、 H ,



连接 PO 、 OH 、 PH , 取格点 F ,
作直线 OF 交 PB 于点 E , 再作直线 HE ,
直线 HE 即为所求 .

【标注】 【知识点】作三角形的高, 中线和角平分线

【知识点】判断三角形的高, 中线和角平分线

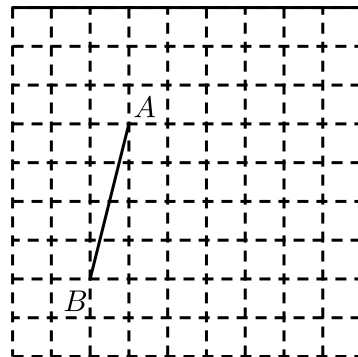
【知识点】与圆有关的不规则图形的周长与面积计算

【知识点】扇形的面积公式

八、构造面积比例

例题12

28. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点A，点B均为格点．



(1) AB 的长等于_____．

(2) 若点C是以 AB 为底边的等腰直角三角形的顶点，点D在边 AC 上，且满足

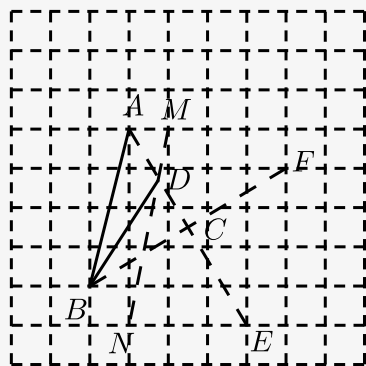
$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$ ，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出线段 BD ，并简要说明点D的位置是如何找到的（不要求证明）_____．

【答案】 (1) $\sqrt{17}$

(2) 取格点E，F，连接AE，BF交于点C，取格点M，N，连接MN交AC于点D，连接BD，线段BD即为所求

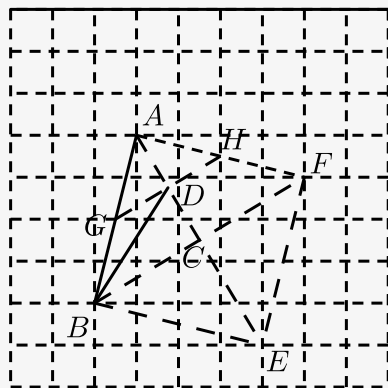
【解析】 (1) 由勾股定理得： $AB = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$ ．

(2) 方法一：取格点E，F，连接AE，BF交于点C，取格点M，N，连接MN交AC于点D，连接BD，线段BD即为所求．



方法二：如图，以 AB 为边连接格点，构成正方形 $ABEF$ ，连接对角线 AE 、 BF ，则对角线交点即为C点，正方形相邻两边分别与网格线有两个交点G、H，且为

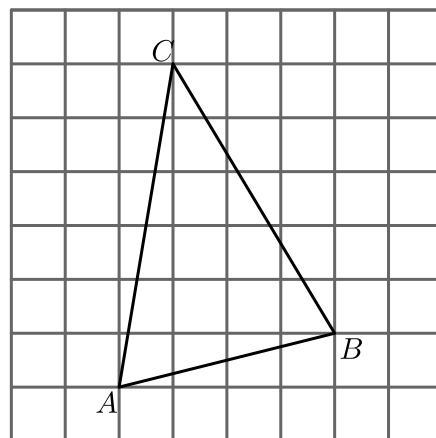
两边中点，连接 GH 与 AE 交于 D 点，连接 BD ， BD 即为所求．



【标注】【知识点】作等腰直角三角形

练习13

29. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 、 C 均在格点上．



(1) AB 的长等于_____．

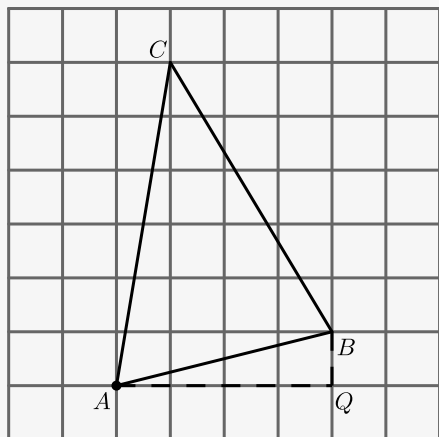
(2) 在 $\triangle ABC$ 的内部有一点 P ，满足 $S_{\triangle PAB} : S_{\triangle PBC} : S_{\triangle PCA} = 1 : 2 : 3$ ，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出点 P ，并简要说明点 P 的位置是如何找到的（不要求证明）_____．

【答案】(1) $\sqrt{17}$

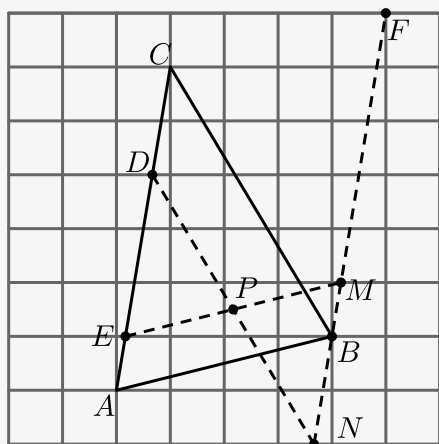
(2) AC 与网格线相交，得点 D ， E ，取格点 F ，连接 FB 并延长，与网格线相交，得点 M ， N ，连接 DN ， EM ， DN 与 EM 相交于点 P ，点 P 即为所求

【解析】(1) 在 $\text{Rt}\triangle AQB$ 中， $AB^2 = AQ^2 + BQ^2$ ，

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{AQ^2 + BQ^2} \\ &= \sqrt{4^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{17}. \end{aligned}$$



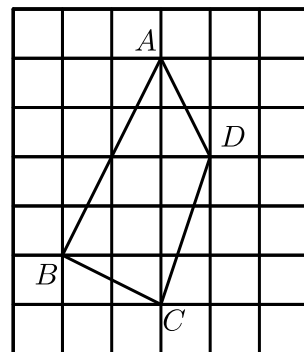
(2) AC 与网格线相交, 得点 D, E , 取格点 F , 连接 FB 并延长, 与网格线相交, 得点 M, N , 连接 DN, EM , DN 与 EM 相交于点 P , 点 P 即为所求.



【标注】【知识点】网格中的三角形相似

例题13

30. 如图, 是大小相等的边长为1的正方形构成的网格, A, B, C, D 均为格点.



(1) $\triangle ACD$ 的面积为 _____ .

(2) 现只有无刻度的直尺, 请在线段 AD 上找一点 P , 并连结 BP , 使得直线 BP 将四边形 $ABCD$ 的面积分为 $1:2$ 两部分, 在图中画出线段 BP , 并在横线上简单说明你的作图方法 _____ .

【答案】(1) $\frac{5}{2}$

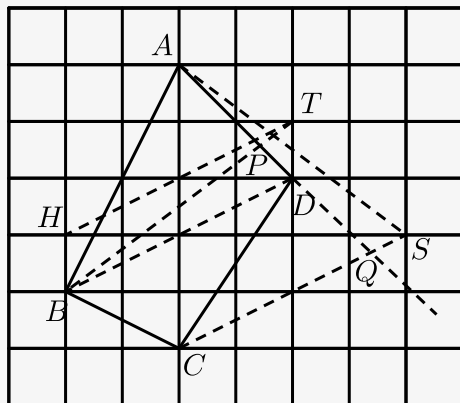
(2) 画图见解析.

【解析】(1) $S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \times AC \times 1 = \frac{1}{2} \times 5 \times 1 = \frac{5}{2}$.

(2) 连接 BD , 取格点 S , 连接 SC ,

延长 AD 交 CS 于点 Q , 连接 AS , 取格点 T 、 H .

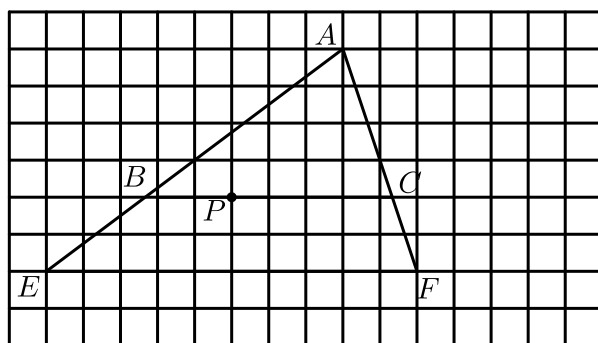
连接 TH 交 AD 于点 P , 连接 BP , 则 BP 即为所求.



【标注】【知识点】比例的综合应用

练习14

31. 如图, 在每个边长为1的小正方形网格中, 点 A , E , F 为格点, 连接 AE , AF 交网格线于 B , C 两点, 连接 BC 得 $\triangle ABC$.



(1) BC 的长等于 _____.

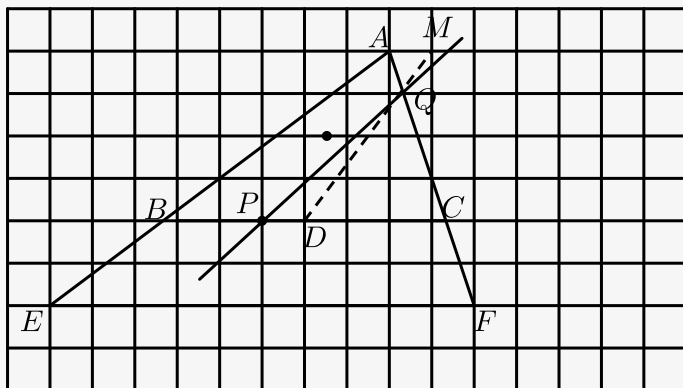
(2) 图中的点 P 为 BC 边上一格点, 过 P 点有一条直线 l 可以平分 $\triangle ABC$ 的面积, 请在下面的网格中, 用无刻度的直尺, 画出这条直线 l , 并简要说明直线 l 的位置是如何找到的(不要求证明) _____.

【答案】(1) $\frac{20}{3}$

(2) 如图，取格点 D, M ，连接 DM 交 AF 于点 Q ，连接 PQ ，则直线 PQ 即为所求

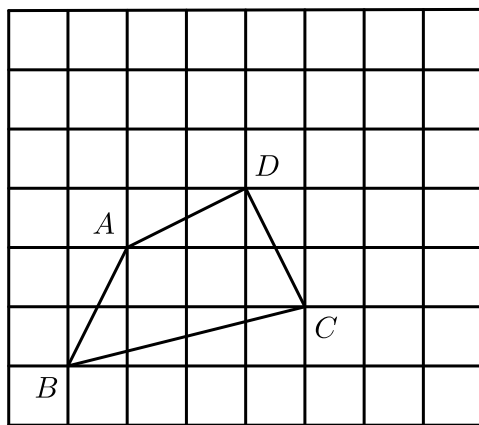
【解析】(1) 根据平行线分线段成比例可得 $\triangle ABC \sim \triangle AEF$ ， $\therefore \frac{BC}{EF} = \frac{4}{6}$ ， $EF = 10$ ， $\therefore BC = \frac{20}{3}$ 。

(2) 如图，取格点 D, M ，连接 DM 交 AF 于点 Q ，连接 PQ ，则直线 PQ 即为所求。



【标注】【知识点】与中线或等分线有关的等积变换

32. 如图，在由边长都为1的小正方形组成的网格中，点 A, B, C, D 均为格点。



(1) 线段 BC 的长度等于 _____。

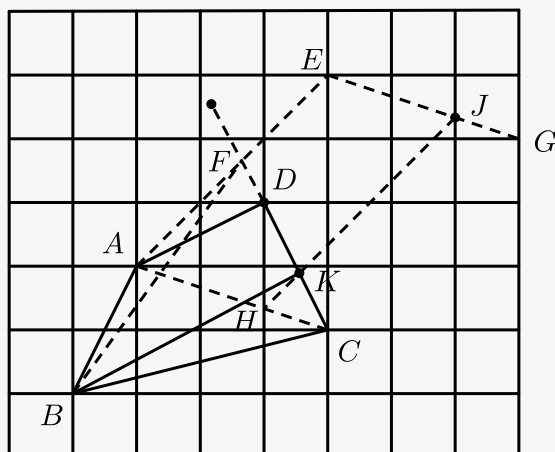
(2) 若 K 为线段 CD 上一点，且满足 $S_{\triangle BCK} = \frac{1}{3} S_{\text{四边形}ABCD}$ ，请你借助无刻度直尺在给定的网格中画出满足条件的线段 BK ，并简要说明你是怎么画出点 K 的 _____。

【答案】(1) $\sqrt{17}$

(2) 画图见解析，证明见解析。

【解析】(1) 由网格，得 $BC = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$ 。
故答案为 $\sqrt{17}$ 。

(2) 取格点 E, G . 连接 AE, EG , 并得点 J , 延长 CD 交 AE 与点 F , 连接 AC 得点 H , 连接 HJ 交 CD 于点 K , 连接 BK , 则 K 即为所求.



【标注】【知识点】直接用勾股求边长

【知识点】勾股定理

【知识点】作轴对称变换

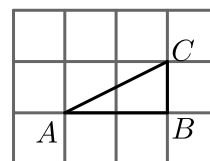
【能力】运算能力

【能力】抽象概括能力

九、线段最值（一）

例题14

33. 如图，将 $\triangle ABC$ 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A ，点 B ，点 C 均落在格点上.



(1) 计算 $\triangle ABC$ 的边 AC 的长为 _____ .

(2) 点 P, Q 分别为边 AB, AC 上的动点，连接 PQ, QB . 当 $PQ + QB$ 取得最小值时，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出线段 PQ, QB ，并简要说明点 P, Q 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ .

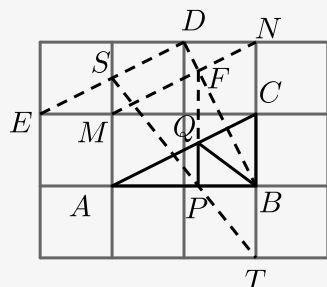
【答案】(1) $\sqrt{5}$

(2) 画图见解析，取格点 D ，连接 BD ，取格点 M, N ，交 BD 于点 F ，取格点 E ，连接 DE 与网格线交于点 S ，取格点 T ，连接 ST 与 AB 相交得点 P ，连接 FP 与 AC 相

交，得点 Q ，连接 PQ ， QB 即为所求．

【解析】(1) $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ ．

(2) 如图，取格点 D ，连接 BD ，取格点 M ， N ，交 BD 于点 F ，



取格点 E ，连接 DE 与网格线交于点 S ，

取格点 T ，连接 ST 与 AB 相交得点 P ，

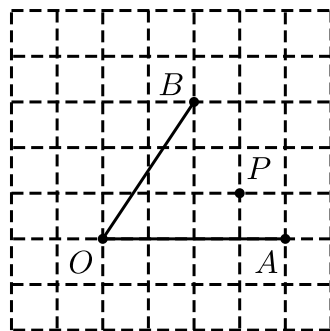
连接 FP 与 AC 相交，得点 Q ，

连接 PQ ， QB 即为所求．

【标注】【知识点】线段和的最小值

练习15

34. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 、 O 、 P 均在格点上．



(1) OB 的长等于_____．

(2) 点 M 在射线 OA 上，点 N 在射线 OB 上，当 $\triangle PMN$ 的周长最小时，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出 $\triangle PMN$ ，并简要说明点 M ， N 的位置是如何找到的（不要求证明）_____．

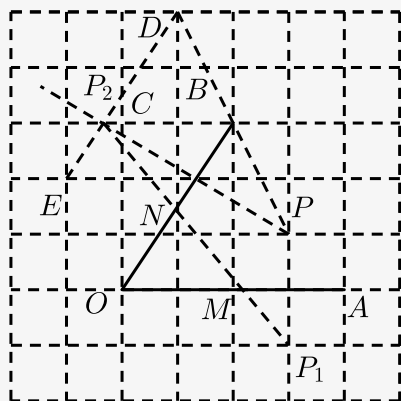
【答案】(1) $\sqrt{13}$

(2) 画图见解析．

【解析】(1) 根据勾股定理可求 $\sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ ．

故答案为： $\sqrt{13}$ ．

- (2) 取格点 C ，连接 PC ，
 取格点 D, E ，连接 DE 与 PC 交于点 P_2 ，
 取格点 P_1 ，
 连接 P_1P_2 与 OA, OB 交点即为所求。



【标注】【知识点】作图依据

【知识点】勾股定理

【知识点】直接用勾股求边长

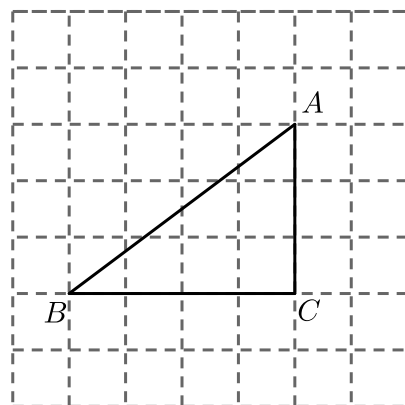
【知识点】轴对称的性质

【能力】分析和解决问题能力

【能力】推理论证能力

【思想】数形结合思想

35. 如图，将 $\triangle ABC$ 放在每个小正方形的边长为 1 的网格中，点 A ，点 B ，点 C 均落在格点上。



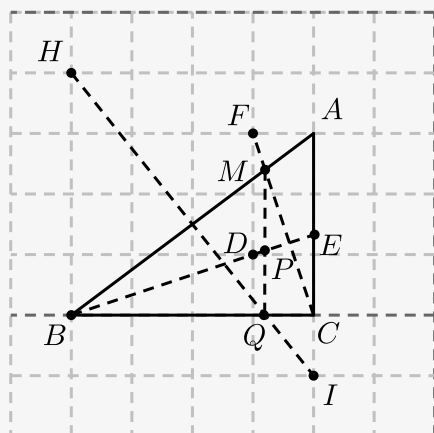
- (1) 线段 AB 的长度 = _____ .
 (2) 请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，在 $\angle ABC$ 的平分线上找一点 P ，在 BC 上找一点 Q ，使 $CP + PQ$ 的值最小，并简要说明点 P, Q 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ .

【答案】(1) 5

(2) 取格点 D ，连接 BD 并延长交 AC 于点 E ；取格点 F ，连接 CF 交 AB 于点 M ；取格点 H, I ，连接 HI ，交 BC 于点 Q ，连接 MQ 交 BE 于点 P ，点 P, Q 即为所求

【解析】(1) 略.

(2) 如图，取格点 D ，连接 BD 并延长交 AC 于点 E ；取格点 F ，连接 CF 交 AB 于点 M ；取格点 H, I ，连接 HI ，交 BC 于点 Q ，连接 MQ 交 BE 于点 P ，点 P, Q 即为所求.

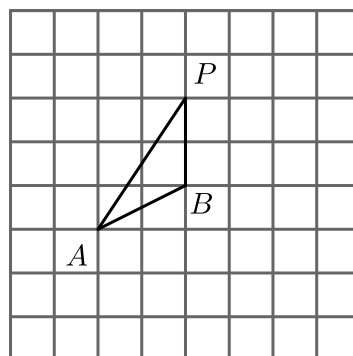


【标注】【知识点】判断三角形的高，中线和角平分线

【知识点】勾股定理

例题15

36. 如图，将 $\triangle ABP$ 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A, B, P 均落在格点上.



(1) $\triangle ABP$ 的面积等于 _____.

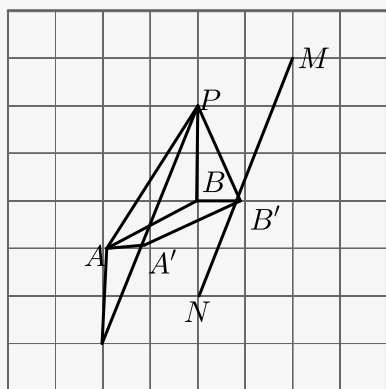
(2) 若线段 AB 水平移动到 $A'B'$ ，且使 $PA' + PB'$ 最短，请在如图所示的网格中，用直尺画出 $A'B'$ ，并简要说明画图的方法（不要求证明）_____.

【答案】(1) 2

(2) 画图见解析, 将点 A 向下平移2格, 得到点 Q , 连 PQ , 与点 A 所在水平线交于点 A' , 同时将点 P 、 Q 向上平移1格, 再向右平移2格, 得到点 M 、 N , 连 MN , 与点 B 所在水平线交于点 B' , 连 $A'B'$ 即为所求.

【解析】(1) 由图可知, $BP = 2$, 底边 BP 上的高为2,
 $\therefore \triangle ABP$ 的面积等于 $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$.

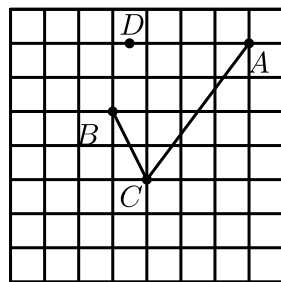
(2) 如图所示: 将点 A 向下平移2格, 得到点 Q , 连 PQ , 与点 A 所在水平线交于点 A' , 同时将点 P 、 Q 向上平移1格, 再向右平移2格, 得到点 M 、 N , 连 MN , 与点 B 所在水平线交于点 B' , 连 $A'B'$ 即为所求.



【标注】【知识点】平移作图

练习16

37. 如图, 在每个小正方形的边长为1的网格中, A , B , C 为格点, D 为小正方形边的中点.



(1) AC 的长等于 _____.

(2) 点 P , Q 分别为线段 BC , AC 上的动点, 当 $PD + PQ$ 取得最小值时, 请在如图所示的网格中, 用无刻度的直尺, 画出线段 PD , PQ . 并简要说明点 P 和点 Q 的位置是如何找到的(不要求证明) _____.

【答案】(1) 5

(2) 画图见解析, $E_1F_1, E_2F_2, E_3F_3, M, N, M_1, N_1$, 连 E_1F_1, E_2F_2, E_3F_3 分别交格点于 H_1, D_2, H_3 , 连 DH_1, MN 两直线交于 D' , 连 D_2H_3, M_1N_1 两直线交于 D'' , 连 $D'D''$ 交 BC 于 P , 交 AC 于 Q , 连 DP, PQ 即为所求.

【解析】(1) $AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

(2) 如图, 取格点.

$E_1F_1, E_2F_2, E_3F_3,$

$M, N, M_1, N_1,$

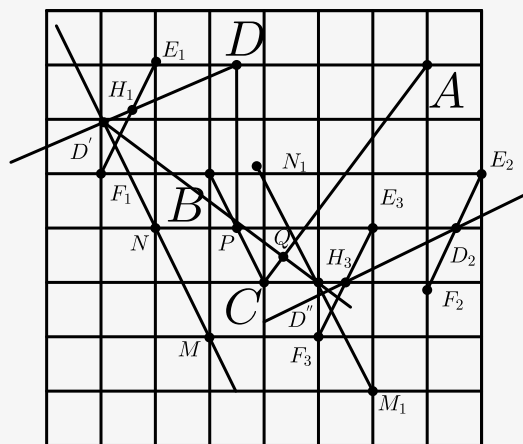
连 E_1F_1, E_2F_2, E_3F_3 分别交格点于 $H_1, D_2, H_3,$

连 DH_1, MN 两直线交于 $D',$

连 D_2H_3, M_1N_1 两直线交于 $D'',$

连 $D'D''$ 交 BC 于 $P,$ 交 AC 于 $Q,$

连 DP, PQ 即为所求.

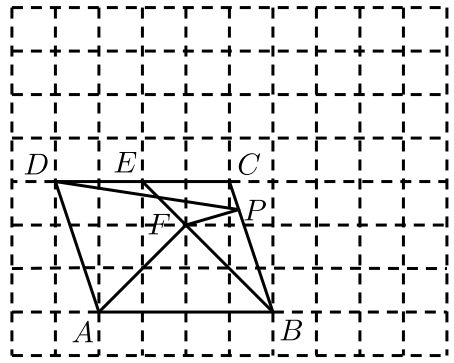


【标注】【知识点】直接用勾股求边长

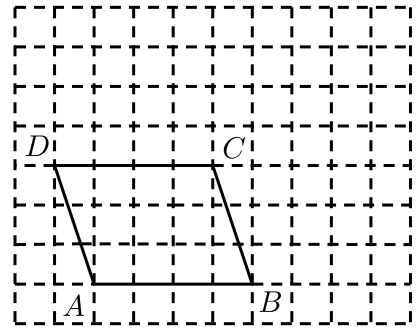
【知识点】勾股定理

【能力】分析和解决问题能力

38. 如图, 在每个小正方形的边长为1的网格中, 点A、B、C、D均在格点上. 点E为直线CD上的动点, 连接BE, 作 $AF \perp BE$ 于F. 点P为BC边上的动点, 连接DP和PF.



- (1) 当点 E 为 CD 边的中点时, $\triangle ABF$ 的面积为 _____ .
- (2) 当 $DP + PF$ 最短时, 请在如图所示的网格中, 用无刻度的直尺画出点 P , 并简要说明点 P 的位置是如何找到的 (不要求证明) _____ .



【答案】 (1) 4

(2) 画图见解析

【解析】 (1) 如图1中, 由题意, $\angle ABE = 45^\circ$,

$$\therefore AF \perp BE,$$

$$\therefore \angle AFB = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle AFB$ 是等腰直角三角形,

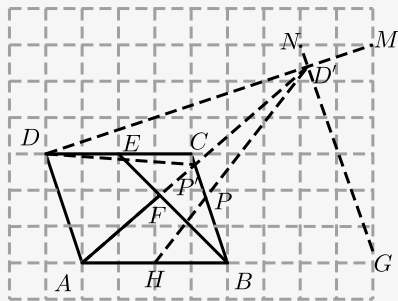
$$\therefore AB = 4,$$

$$\therefore AF = FB = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ABF} = \frac{1}{2} \cdot AF \cdot BF = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4,$$

故答案为4.

- (2) 如图, 取格点 G 、 M 、 N , 分别连接 DM 、 NG 交于点 D' , 取 AB 的中点 H , 连接 HD' 交 BC 于 P , 点 P 即为所求.



理由：由作图可知， D, D' 关于直线 BC 的长，连接 $D'F$ 交 BC 于 P' ，连接 DP' ，
 $\therefore P'D + P'F = P'D' + P'F = FD'$ ，
 $\therefore$ 线段 FD' 最小时， $P'D + PF$ 的值最小，
 取 AB 的中点 H ，连接 FH ，
 $\therefore \angle AFB = 90^\circ$ ，
 $\therefore FH = \frac{1}{2}AB = 2$ ，
 $\therefore HD'$ 是定值，
 $\therefore H, F, D'$ 共线时， FD' 的值最小，即 P' 与 P 重合时， $PF + PD$ 的值最小。

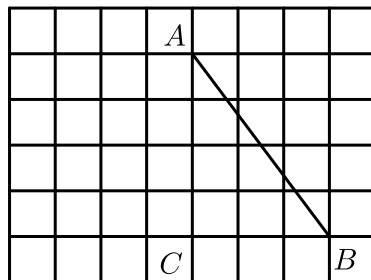
【标注】【能力】分析和解决问题能力

【知识点】勾股定理

十、线段最值问题（二）

例题16

39. 如图所示，在每个边长都为1的小正方形组成的网格中，点 A, B, C 均为格点。

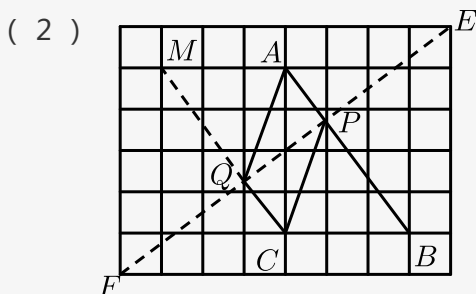


- (1) 线段 AB 的长度等于 _____。
- (2) 若 P 为线段 AB 上的动点，以 PC, PA 为邻边的四边形 $PAQC$ 为平行四边形，点 PQ 长最小时，请你借助网格和无刻度的直尺画出该平行四边形，并简要说明你的作图方法 _____（不要证明）。

【答案】(1) 5

(2) 答案见解析

【解析】(1) 由勾股定理在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB^2 = AC^2 + BC^2$, 求出 $AB = 5$.

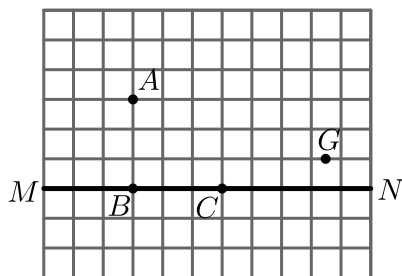


如图, 取格点 M, E, F , 连接 CM , 连接 EF 分别交 AB, CM 于点 P 和点 Q , 连接 CP 以及 AQ , 则四边形 $PAQC$ 即为所求.

【标注】【知识点】平行四边形性质综合应用

练习17

40. 如图, 在每个小正方形的边长为1的网格中, A, M, N 均在格点上. 在线段 MN 上有一动点 B , 以 AB 为直角边在 AB 的右侧作等腰直角 $\triangle ABC$, 使 $AB = BC, \angle ABC = 90^\circ$, G 是一个小正方形边的中点.



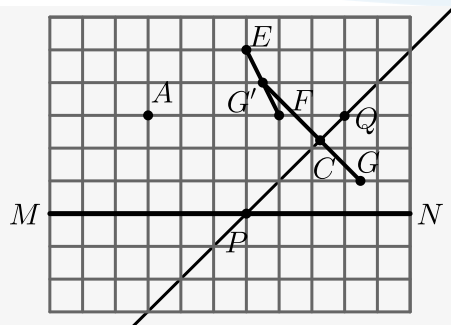
- (1) 当点 B 的位置满足 $AB \perp MN$ 时, 求此时 CG 的长 _____.
- (2) 请用无刻度的直尺, 在如图所示的网格中, 画出一个点 C , 使其满足线段 GC 最短, 并简要说明点 C 的位置是如何找到的 (不要求证明) _____.

【答案】(1) $\frac{\sqrt{53}}{2}$

- (2) 画图见解析; 取格点 P, Q, E, F , 连接 EF 交格点于 G' , 连 PQ, GG' 交于 C 点, C 点即为所求.

【解析】(1) $CG = \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{53}}{2}$.

- (2) 如图, 取格点 P, Q, E, F , 连接 EF 交格点于 G' , 连 PQ, GG' 交于 C 点, C 点即为所求.

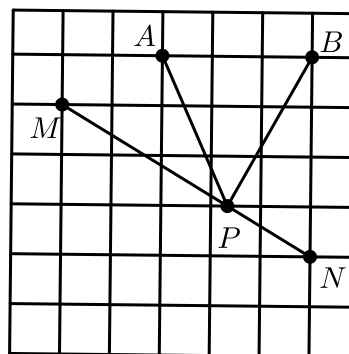


【标注】【知识点】直接用勾股求边长

【知识点】作线段的垂直平分线

【知识点】正方形的性质

41. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A ， B ， M ， N 均在格点上， P 为线段 MN 上的一个动点．



(1) MN 的长等于 _____ ．

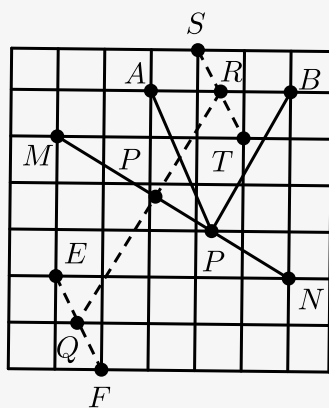
(2) 当点 P 在线段 MN 上运动，且使 $PA^2 + PB^2$ 取得最小值时，请借助网格和无刻度的直尺，在给定的网格中画出 P 的位置，并简要说明你是怎么画的（不要求证明） _____ ．

【答案】(1) $\sqrt{34}$

(2) 取格点 S ， T ，得点 R ；取格点 E ， F ，得点 Q ；连接 QR 交 MN 于点 P ．

【解析】(1) 略．

(2)



【标注】【知识点】正方形的周长与面积

🔗 网格纸

